ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 05.12.2023

Тема: «Формулаполнойвероятности. Схеманезависимых событий. ФормулаБернулли»

1. **Новый материал (конспект в тетрадь)**

Формула полной вероятности

Формула полной вероятности позволяет вычислить вероятность интересующего события через условные вероятности этого события в предположении неких гипотез, а также вероятностей этих гипотез.

Формула полной вероятностиявляется следствием основных правил теории вероятностей - правила сложения и правила умножения.

$$P(A) = P(A/H_1)P(H_1) + P(A/H_2)P(H_2) + ...+ P(A/H_n)P(H_n) == \sum_{i=1}^{n} P(A/H_i)P(H_i)$$

Пример.Вероятность того, что клиент банка не вернет заем в период экономического роста, равна 0,04, а в период экономического кризиса - 0,13. Предположим, что вероятность того, что начнется период экономического роста, равна 0,65. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернет полученный кредит?

Решение: обозначим *A* — событие, состоящее в том, что клиент банка не вернет полученный кредит. Это может произойти совместно с одной из заданных гипотез: H_1 — экономический рост; H_2 — экономический кризис.

По условию задачи: $P(H_1) = 0{,}65$; $P(H_2) = 0{,}35$;

$P_{H_1}(A_1) = 0{,}04$; $P_{H_2}(A) = 0{,}13$.

Используем формулу полной вероятности:

$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A_1) + P(H_2)\,P_{H_2}(A) = 0{,}65 \bullet 0{,}04 + 0{,}35 \bullet 0{,}13 = 0{,}0715.$

Пример. В учебном пособии по физике имеется 45 задач к первому разделу, 30 задач ко второму и 35 задач к третьему разделу дисциплины. Шансы студента правильно решить задачу из первого раздела оцениваются в 80%, из второго — в 65 %, из третьего — 85%. Студент наудачу открывает пособие. Определите вероятность, что он решит случайно выбранную задачу.

Решение: обозначим **A** — событие, состоящее в том, что студент решит случайно выбранную задачу. Это может произойти совместно с одной из следующих гипотез:

H_1 - задача из первого раздела; H_2 - задача из второго раздела; H_3 - задача из третьего раздела. Определим вероятности гипотез:

$P(H_1) = \frac{45}{110} = \frac{9}{22} \approx 0{,}409$; $P(H_2) = \frac{30}{110} = \frac{3}{11} \approx 0{,}273$;

$P(H_3) = \frac{35}{110} = \frac{7}{22} \approx 0{,}318$;

Запишем условные вероятности:

$P_{H_1}(A) = 0,8$; $P_{H_2}(A) = 0,65$; $P_{H_3}(A) = 0,85$.

Для вычисления вероятности того, что студент решит задачу, используем формулу полной вероятности:

$P(A)=P(H_1)P_{H_1}(A_1)+P(H_2)P_{H_2}(A)+P(H_3)P_{H_3}(A)= 0,409 \cdot 0,8+ 0,273 \cdot 0,65+ +0,318 \cdot 0,85 = 0,77495$

Схема Бернулли. Формула Бернулли

При решении вероятностных задач часто приходится сталкиваться с ситуациями, в которых одно и тоже испытание повторяется многократно и исход каждого испытания независим от исходов других. Такой эксперимент еще называется **схемой повторных независимых испытаний** или **схемой Бернулли**.

Схема Бернулли — это когда производится n однотипных независимых опытов, в каждом из которых может появиться интересующее нас событие A, причем известна вероятность этого события $P(A)$ = p. Требуется определить вероятность того, что при проведении n испытаний событие A появится ровно k раз.

Поскольку речь идет о испытаниях, и в каждом опыте вероятность события A одинакова, то возможны лишь два исхода:

1. A — появление события A с вероятностью p;

2. «не А» — событие А не появилось, что происходит с вероятностью $q = 1 - p$.

Важнейшее условие, без которого схема Бернулли теряет смысл — это постоянство. Сколько бы опытов мы ни проводили, нас интересует одно и то же событие A, которое возникает с одной и той же вероятностью p.

Если же условия постоянны, можно точно определить вероятность того, что событие A произойдет ровно k раз из n возможных. Сформулируем этот факт в виде теоремы:

Теорема Бернулли. Пусть вероятность появления события A в каждом опыте постоянна и равна p. Тогда вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A появится ровно k раз, рассчитывается по формуле: $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$

где C_n^k — число сочетаний, $q = 1 - p$.

Эта формула так и называется: **формула Бернулли.**

Для определения вероятности появления события А менее m раз ($k < m$), более m раз ($k > m$), хотя бы один раз ($k \geq 1$) и т. п. могут быть использованы формулы:

$$P_n(k < m) = P_n(0) + P_n(1) + \ldots + P_n(m-1),$$

$$P_n(k > m) = P_n(m+1) + P_n(m+2) + \ldots + P_n(n),$$

$$P_n(k \geq 1) = 1 - q^n.$$

Пример. Прибор состоит из пяти узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени t) для каждого узла равна 0,9. Узлы выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что за время t откажут ровно два узла.

Решение: рассмотрим событие А - выход узла из строя за время t. Число узлов n=5. Число отказавших узлов за время t: k=2.

P(A) - вероятность выхода узла из строя: p=P(A)=0,1. Тогда q=1-p=1-0,1=0,9.

Теперь вычислим искомую вероятность по формуле Бернулли:

$P_5(2) = C_5^2 (0,1)^2 \cdot (0,9)^3 = 10 \cdot 0,01 \cdot 0,729 = 0,0729.$

Пример. Всхожесть семян данного растения равна 90 %. Найти вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут: а) три; б) не менее трех.

Решение:

а)Искомую вероятность находим с помощью формулы Бернулли, учитывая, что

$n = 4$, $k = 3$, $p = 0,9$, $q = 1 - p = 0,1$.

$P_4(3) = C_4^3 (0,9)^3 (0,1)^1 = 4 \cdot 0,729 \cdot 0,1 = 0,2916$.

б)«Не менее трех» означает, что из четырех семян взойдут или три, или четыре. Так как эти события несовместны, то по теореме сложения искомая вероятность равна

$P_4(k \ge 3) = P_4(3) + P_4(4) = C_4^3 (0,9)^3 (0,1)^1 + C_4^4 (0,9)^4 (0,1)^0 = 0,2916 + 0,6561 = 0,9477$.

2. Домашнее задание

Проработать конспект по тетради и конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru